Наставне јединице за **прво 3** за период од **17.03.-21.03.**

Резултате са контролне вежбе добићете на ваш мејл.

1. Синусна теорема са применом на решавање троугла

Овај час је планиран за увежбавање задатак везаних за синусну теорему.

Задатак 1. Израчунати угао и странице троугла ако су познати страница a=$3\sqrt{2}$, α=60°,β=75°.

Решење: $\frac{a}{\sin\alpha}=\frac{b}{\sin\beta}=\frac{c}{\sin\gamma}$

$\frac{3\sqrt{2}}{\sin 60}=\frac{b}{\sin 75}$ ако заменимо вредност за sin75=$\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ и $\sin 60=\frac{\sqrt{3}}{2}$

добија се

$$\frac{3\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\frac{b}{\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}}\Longrightarrow b=\frac{3(\sqrt{3}+1)}{\sqrt{3}}\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=3+\sqrt{3}$$

Збир унутрашњих угова у троуглу износи 180°,на основу тога можемо да израчунамо γ:

γ=180°-(75°+60°)=45°

Да би израчунали страницу с користимо синусну теорему

$$\frac{b}{\sin\beta}=\frac{c}{\sin\gamma}$$

$$\frac{3+\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}}=\frac{c}{\frac{\sqrt{2}}{2}}\Longrightarrow c=\frac{2\sqrt{3}(1+\sqrt{3})}{\sqrt{3}+1}=2\sqrt{3}$$

Задатак 2. Израчунати угао странице троугла ако је дато $b = 5\sqrt{2}, \gamma = 60^\circ, \beta = 75^\circ$

Решење: $\alpha=180^\circ-(60^\circ+75^\circ)=45^\circ$

$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} \Rightarrow \frac{a}{\sin 75} = \frac{5\sqrt{2}}{\sin 75}$$

$$a = \frac{5\sqrt{2}\sin 45}{\sin 75} = \frac{5\sqrt{2}\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}} = \frac{20}{\sqrt{2}(\sqrt{3}+1)}$$

На сличан начин израчунавамо страницу с

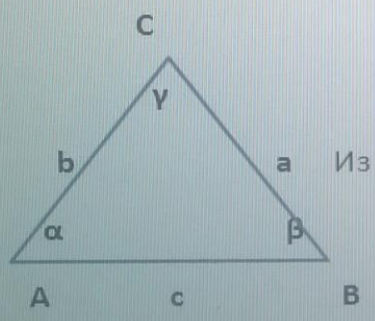
$$\frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} \Rightarrow c = \frac{20\sqrt{6}}{2\sqrt{2}(\sqrt{3}+1)}$$

Задатак за **домаћи рад:** 1.Израчунати углове и странице троугла ако је дато $\alpha=30^\circ$,$a=\sqrt{2}$, $b=2$

Ученици домаћи рад шаљу на maja.djokic.matematika@gmail.com

Рок да се пошаље домаћи је 10 дана.

2. Косинусна теорема са применом на решавање троугла



Ако повучемо висину h из темена C добијамо тачку C_1.

Из троуглова AC_1C и BC_1C добијамо $x^2+h^2=b^2$, $(c-x)^2+h^2=a^2$ ако заменимо у другој једначини ако заменимо **h** тако што се изрази h из прве једначине добија се

$$c^2 - 2xc + x^2 - x^2 = a^2 - b^2$$

Након сређивања добијамо $a^2 = b^2 + c^2 - 2cx, x = b\cos\alpha$

$$\boldsymbol{a^2 = b^2 + c^2 - 2cb\cos\alpha}$$

На сличан начин се доказује да је $\boldsymbol{b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta}$

$$\boldsymbol{c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma}$$

Примењује се када су дате 2 странице и угао или све три станице.

Задатак 1. Израчунати углове троугла ако су дате странице $a = \sqrt{6}, b = 2\sqrt{3}, c = 3 - \sqrt{3}$

Решење: $a^2 = b^2 + c^2 - 2cb\cos\alpha \Longrightarrow \cos\alpha = \frac{b^2+c^2-a^2}{2cb}$

$$\cos\alpha = \frac{12 + (3-\sqrt{3})^2 - 6}{2(3-\sqrt{3})2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\alpha = 30^\circ$$

$$\cos\beta = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} = \frac{6 + (3-\sqrt{3})^2 - 12}{2\sqrt{6}(3-\sqrt{3})} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\beta = 135^\circ \Longrightarrow \gamma = 15^\circ$$

Задатак за **домаћи рад:** Израчунати странице и углови троугла ако су дати $b = \sqrt{6}, c = 3 + \sqrt{3}, \alpha = 45^\circ$.

Ученици домаћи рад шаљу на maja.djokic.matematika@gmail.com

Рок да се пошаље домаћи је 10 дана.

3. Косинусна теорема са применом на решавање троугла

Ова наставна јединица је планирана да се увежбају задаци везани за косинусну теорему.

Задатак 1. Израчунати углове и страницу ако су дати $\alpha = 30^\circ, a = \sqrt{2}, b = 2.$

Решење: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$ када заменимо a, b,α добија се $2c^2 - 4\sqrt{3}c$+4=0

$C_{1,2}=\sqrt{3} \pm 1$

Ако узмемо да је $c = \sqrt{3} + 1, \cos\beta = \frac{a^2+c^2-b^2}{2ac} = \frac{2(\sqrt{3}+1)}{2\sqrt{2}(\sqrt{3}+1)} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$$\beta = 45^\circ \Longrightarrow \gamma = 105^\circ$$

Ако је $c = \sqrt{3} - 1 \Longrightarrow \beta = 105^\circ, \gamma = 45^\circ$

Задатак за **домаћи рад**: Израчунати углове и страницу ако су дати $a = 4, b = 5, \gamma = 60^\circ$

Ученици домаћи рад шаљу на maja.djokic.matematika@gmail.com

Рок да се пошаље домаћи је 10 дана.

4. Синусна и косинусна теорема

Ова наставна јединица је планирана за увежбавање задатака везаних за синусну и косонусну теорему.

Задатак 1. Израчунати страницу b троугла ако су дати $a = 2\sqrt{3}, c = \sqrt{6}, \beta = 105^\circ$

Решење: $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta$,(cos105=$\frac{\sqrt{2}(1-\sqrt{3})}{4}$ дато)

$$b^2 = 12 + 6 - 2 \cdot 2\sqrt{3}\sqrt{6}\frac{\sqrt{2}(1-\sqrt{3})}{4} = 12 + 6\sqrt{3} = (3+\sqrt{3})^2$$

$$b = 3 + \sqrt{3}$$

Задатак 2. Израчунати страницу и угове троугла ако је дато $a = 3 + \sqrt{3}, b = 3\sqrt{2}, \alpha = 75^\circ$.

Решење: Из синусне теореме добија се $\sin\beta = \frac{b\sin\alpha}{a} = \frac{3\sqrt{2}\sin 75}{3+\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{2}(\frac{\sqrt{2}}{4}+\frac{\sqrt{6}}{4})}{3+\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Longrightarrow \beta = 60^\circ \Longrightarrow \gamma = 45^\circ$

$$C=\frac{b\sin\gamma}{\sin\beta} = \frac{3\sqrt{2}\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 2\sqrt{3}$$

Задатак 3. Израчунати $\cos < ACB$ троугла ABC ако је дато AC=3, BC=5, AB=6.

Решење: $AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2AC \cdot BC \cdot \cos \sphericalangle ACB$

$$\cos \sphericalangle ACB = \frac{-2}{2 \cdot 3 \cdot 5} = -\frac{1}{15}$$

Задаци за **домаћи рад:** 1. Израчунати страницу a ако је дато b=5,c=8,α=60°.

2. Троугао има странице 7,8,13. Колико степени износи највећи угао овог троугла?

Ученици домаћи рад шаљу на maja.djokic.matematika@gmail.com

Рок да се пошаље домаћи је 10 дана.